

## Analisis Kemampuan Siswa Dalam Memahami Konsep Sistem Persamaan Linier Tiga Variabel (SPLTV) Berdasarkan Teori APOS

Hasbi Wahyuningsih<sup>1</sup>, Ita Chairun Nissa<sup>2</sup>, Yuntawati<sup>3</sup>

<sup>1</sup>MA Tarbiyatul Mustafid Batu Rimpang

<sup>2,3</sup>Pendidikan Matematika FPMIPA IKIP Mataram

Email: [hasbiwahyuningsih97@gmail.com](mailto:hasbiwahyuningsih97@gmail.com)

**Abstract:** This study aims to describe the ability of students to understand the concept of the Three Variable Linear Equation System (SPLTV) based on the APOS theory (Action, Process, Object and Schema) in students of MA Tarbiyatul Mustafid Batu Rimpang. This type of research is a qualitative descriptive study with 3 students subject taken from MA Tarbiyatul Mustafid Batu Rimpang students with high, medium and low ability categories. The results of the study show that highly capable subjects have an understanding of the stages of action, processes, objects and schemes. Subjects who are capable of having understanding at the stage of action, process, object and at the schematic stage students cannot design and complete the mathematical model they form. While low-ability subjects have an understanding of the stages of action, process, object but have not fully arrived at these stages because the subject made a mistake in the calculation process so that the solution given is wrong. The understanding possessed by students with moderate and low ability is the same at the scheme stage.

**Keywords:** understanding of concepts, SPLTV, APOS Theory

**Abstrak:** Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan kemampuan siswa dalam memahami konsep Sistem Persamaan Linier Tiga Variabel (SPLTV) berdasarkan teori APOS (Action, Process, Object and Schema) pada siswa MA Tarbiyatul Mustafid Batu Rimpang. Jenis penelitian ini adalah penelitian deskriptif kualitatif dengan subjek 3 siswa yang diambil dari siswa MA Tarbiyatul Mustafid Batu Rimpang dengan kategori kemampuan tinggi, sedang dan rendah. Hasil penelitian menunjukkan subjek berkemampuan tinggi memiliki pemahaman pada tahap aksi, proses, objek dan skema. Subjek berkemampuan sedang memiliki pemahaman pada tahap aksi, proses, objek dan pada tahap skema siswa tidak dapat merancang dan menyelesaikan model matematika yang dibentuknya. Sedangkan subjek berkemampuan rendah memiliki pemahaman pada tahap aksi, proses, objek tetapi belum sepenuhnya sampai pada tahap-tahap tersebut dikarenakan subjek melakukan kesalahan pada proses perhitungan sehingga solusi yang diberikan salah. Pemahaman yang dimiliki oleh siswa berkemampuan sedang dan rendah sama pada tahap skema.

**Kata kunci:** pemahaman konsep, SPLTV, Teori APOS

### PENDAHULUAN

Matematika merupakan mata pelajaran yang diajarkan mulai dari tingkat SD sampai sekolah tingkat menengah bahkan sampai perguruan tinggi. Selain itu, mata pelajaran matematika pada setiap jenjang pendidikan diharapkan dapat membekali setiap individu atau peserta didik dengan kemampuan berpikir kritis, sistematis, logis, kreatif, bernalar dan bekerjasama secara efektif. Kompetensi tersebut dibutuhkan agar peserta didik memiliki kemampuan memperoleh, mengelola dan memanfaatkan informasi untuk bertahan hidup pada keadaan yang selalu berubah. Belajar matematika dengan pemahaman konsep memerlukan daya nalar yang tinggi dikarenakan objek

matematika yang bersifat abstrak, sehingga belajar matematika harus diarahkan pada pemahaman konsep- konsep yang akan mengantarkan individu untuk berfikir secara matematis dengan jelas dan pasti berdasarkan aturan-aturan yang logis dan sistematis (Hudojo, 1993).

Belakangan ini mata pelajaran matematika menjadi mata pelajaran yang tidak disenangi oleh sebagian peserta didik, hal ini disebabkan oleh berbagai faktor yang dialami peserta didik itu sendiri seperti peserta didik berasumsi lebih dulu bahwa belajar matematika sulit, penjabaran pada setiap permasalahan terlalu rumit, rumus-rumus yang susah dihafal dan sulit untuk dimengerti dan lain sebagainya. Sehingga berdampak pada minimnya kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah-masalah matematika atau soal-soal matematika yang diberikan oleh guru dan berdampak juga terhadap pemahaman konsep siswa.

Hasil observasi awal yang dilakukan di MA Tarbiyatul Mustafid Batu Rimpang dalam menerima pelajaran yang diajarkan oleh guru siswa masih belum dapat menerima proses kegiatan belajar mengajar didalam kelas dengan baik. Pada saat kegiatan belajar mengajar berlangsung siswa kelihatan tidak berada dalam posisi siap menerima pelajaran, terbukti sikap duduknya tidak tegap, ada yang menyandarkan kepalanya di meja atau didinding, mengobrol dengan teman sebangkunya, bermain-main, ada yang sibuk menyalin mata pelajaran lain bahkan tidak sedikit dari siswa yang tidak memperhatikan penjelasan yang disampaikan oleh gurunya. Akibatnya penguasaan siswa terhadap materi konsep-konsep matematika masih lemah bahkan dipahami dengan keliru. Berdasarkan hasil Ulangan Tengah Semester Genap menunjukkan bahwa siswa siswi MA Tarbiyatul Mustafid Batu Rimpang khususnya Kelas X IPS 1 tidak menerima proses pembelajaran didalam kelas dengan baik. Hal tersebut ditunjukkan pada lembar jawaban siswa terkait dengan pengertian konsep Sistem Persamaan Linier Tiga Variabel (SPLTV). Sebagian besar siswa memahami bahwa Sistem Persamaan Linier Tiga Variabel (SPLTV) adalah suatu sistem yang memiliki tiga variabel tanpa memperhatikan pangkat tertinggi dari setiap variabelnya. Siswa juga belum sepenuhnya mengerti apa yang dimaksud dengan sistem pada suatu persamaan linier. Hal tersebut membuktikan bahwa siswa kurang memahami konsep dengan baik.

Keberhasilan siswa dalam memaknai dan memahami suatu konsep matematika perlu diupayakan. Persamaan linier sebelumnya telah dipelajari siswa ditingkat MTs yakni Persamaan Linier Satu Variabel (PLTV) dan Sistem Persamaan Linier Dua Variabel (SPLDV), sehingga dapat membantu siswa MA untuk mencapai pemahaman konsep tentang persamaan linier. Persamaan linier tidak hanya dipelajari ditingkat MTs dan MA tetapi juga di perguruan tinggi. Kurangnya pemahaman konsep persamaan linier tentunya akan mempengaruhi bagaimana siswa menerapkan aplikasinya dalam kehidupan sehari-hari. Kenyataannya persamaan linier masih sulit dipahami oleh siswa karena masih belum memahami konsep.

Menurut Sudijono dalam Evani (2017:22) Pemahaman adalah kemampuan seseorang untuk mengerti atau memahami sesuatu setelah sesuatu itu diketahui atau

diingat. Siswa dikatakan paham apabila siswa tersebut mampu mengingat apa yang telah dipelajari dan memberikan penjelasan atau memberikan uraian yang lebih terperinci tentang apa yang dipahami menggunakan bahasanya sendiri. Sedangkan menurut Boediono dalam Novandi (2018) mengemukakan konsep matematika adalah semua hal yang berwujud pengertian-pengertian baru yang bisa timbul sebagai hasil pemikiran, meliputi definisi, pengertian, ciri khusus, hakikat dan isi materi matematika. siswa dikatakan paham apabila mempunyai kemampuan untuk melakukan dan menggunakan konsep dan prosedur matematika dan mampu dalam penggunaan matematika dalam konteks tertentu serta menghubungkan antar konsep matematika (Watson dalam Nafi'an, dkk, 2017).

Salah satu teori yang dapat mengukur tingkat pemahaman konsep siswa adalah teori *APOS*. Teori *APOS* menguraikan tentang bagaimana kegiatan mental seorang anak yang berbentuk aksi (actions), proses (processes), objek (objects), dan skema (schema) ketika mengkonstruksi konsep matematika. Selanjutnya, seorang anak dapat mengkonstruksi konsep matematika dengan baik apabila anak tersebut mengalami aksi, proses, obyek, dan skema (Suryadi dalam Yuliana & Ratu (2018)). Seorang anak dikatakan telah memiliki suatu aksi, jika anak tersebut memusatkan pikirannya dalam upaya memahami konsep matematika yang dihadapinya. Seorang anak dikatakan telah memiliki suatu proses, jika berpikirnya terbatas pada konsep matematika yang dihadapinya dan ditandai dengan munculnya kemampuan untuk membahas konsep matematika tersebut. Seorang anak dikatakan telah memiliki obyek, jika anak tersebut telah mampu menjelaskan sifat-sifat dari konsep matematika, sedangkan siswa dikatakan dapat mencapai tahap skema jika siswa dapat merancang dan menyelesaikan model matematika yang telah terbentuk dengan menggunakan aksi, proses, objek, dan skema lain dari suatu permasalahan yang berkaitan dengan sistem persamaan linear. Sistem persamaan linier ini merupakan salah satu kompetensi yang harus dimiliki siswa karena erat kaitannya dengan kehidupan sehari-hari.

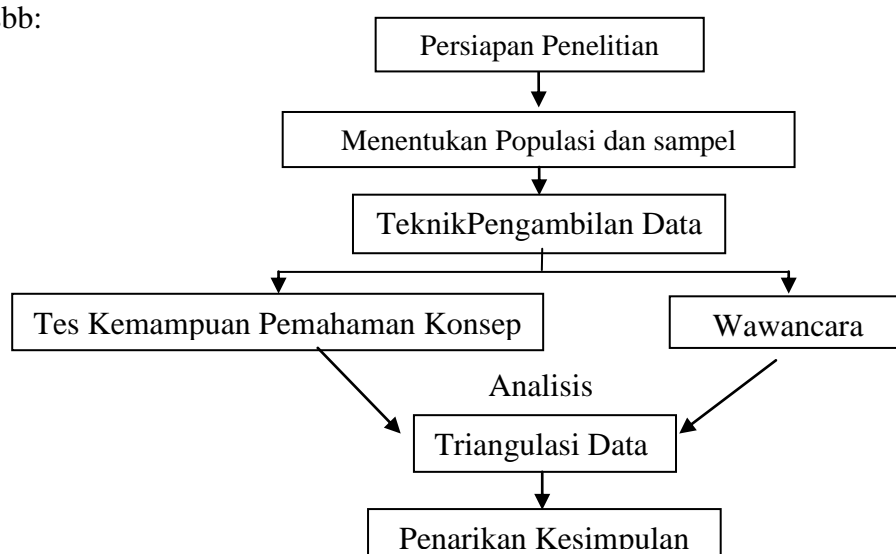
Beberapa penelitian terkait teori *APOS* yang dilakukan untuk mengetahui tingkat pemahaman konsep anak atau siswa dengan berbagai materi tertentu antara lain: Zahid dkk (2014) mendeskripsikan eksplorasi konstruksi pengetahuan matematika kelas VIII SMPN 1 Surakarta terkait dengan materi faktorisasi bentuk aljabar. Hasil penelitiannya menyimpulkan bahwa tingkat pemahaman siswa telah sampai pada tahap skema. Lestari (2014) yakni tentang penerapan model pembelajaran M-APOS dalam meningkatkan pemahaman konsep dan motivasi belajar kalkulus II. Hasil penelitiannya menyimpulkan bahwa model pembelajaran M-APOS dapat dipergunakan untuk meningkatkan hasil belajar mahasiswa dalam mata kuliah kalkulus II di perguruan tinggi. Sedangkan, Sholehah & Mubarak (2016) tentang analisis pemahaman integral tak tentu berdasarkan teori *APOS* (*Action, Process, Object, Schema*) pada mahasiswa tadaris matematika IAIN Tulungagung. Hasil penelitiannya menyimpulkan bahwa siswa berkemampuan tinggi memiliki pemahaman aksi, proses, objek dan skema. Siswa berkemampuan sedang memiliki pemahaman aksi, proses, objek dan skema tetapi tidak sempurna dan siswa

berkemampuan rendah memiliki pemahaman aksi, proses dan belum sampai pada tahap objek maupun skema.

Hal tersebut menunjukkan bahwa teori APOS dapat digunakan sebagai alat analisis untuk mengetahui tingkat pemahaman konsep siswa dan dapat digunakan sebagai landasan pada setiap metode yang digunakan oleh guru dalam rangka meningkatkan pemahaman konsep siswa. Berdasarkan hal tersebut diatas peneliti tertarik untuk melakukan penelitian dalam pembelajaran matematika tentang: “Analisis Kemampuan Siswa dalam Memahami Konsep Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel (SPLTV) Berdasarkan Teori APOS Siswa Kelas X IPS.1 MA Tarbiyatul Mustafid Batu Rimpang Tahun Pelajaran 2018/2019.

## METODE

Jenis penelitian ini menggunakan penelitian kualitatif dengan pendekatan deskriptif. Subjek dalam penelitian ini yaitu tiga siswa kelas X yang terdiri dari siswa yang berkemampuan tinggi, siswa yang berkemampuan sedang dan siswa yang berkemampuan rendah. Teknik pengambilan subjek menggunakan teknik *purposive sampling*. Menurut Sugiyono (2009:85) *purposive sampling* adalah teknik penentuan sampel dengan pertimbangan tertentu. Maka, peneliti menentukan sendiri sampel yang diambil dengan pertimbangan tertentu. Pengambilan data dalam penelitian ini menggunakan tes kemampuan pemahaman konsep berdasarkan teori APOS, wawancara yang disertai dengan dokumentasi. Tes yang digunakan berupa tes pemahaman konsep Sistem Persamaan Linier tiga Variabel (SPLTV) yang terdiri dari 4 soal. Instrument utama dalam penelitian ini adalah lembar tes kemampuan pemahaman konsep berdasarkan teori APOS dengan tingkat kesulitan soal berbeda (mudah, sedang, sulit), dan pedoman wawancara. Analisis data dalam penelitian ini meliputi reduksi data, penajian data, dan penarikan kesimpulan. Sedangkan, pengujian keabsahan data dalam penelitian ini menggunakan teknik triangulasi. Rancangan penelitian yang dilakukan sbb:



**Gambar 1.** Rancangan Penelitian

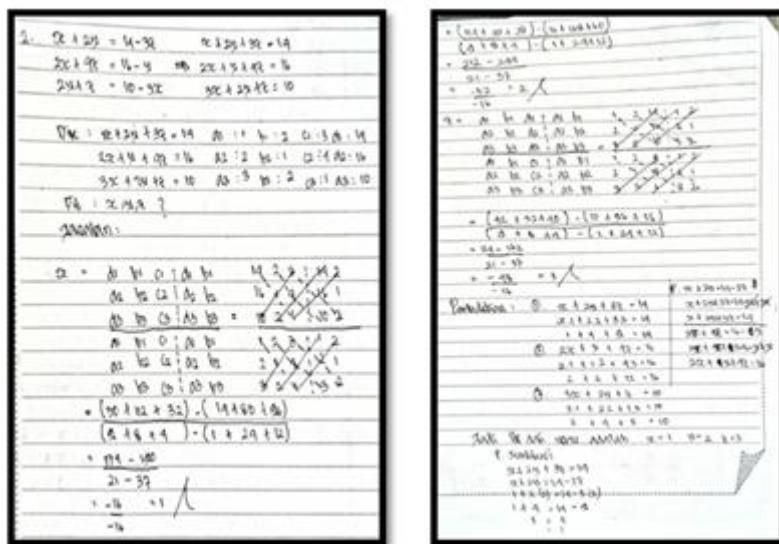
### HASIL DAN PEMBAHASAN

Penelitian ini digunakan untuk mendeskripsikan tentang analisis kemampuan siswa dalam memahami konsep Sistem Persamaan Linier tiga Variabel (SPLTV) berdasarkan teori APOS. Penelitian yang telah dilakukan menunjukkan hasil bahwa ketiga subjek berbeda tingkat pemahaman konsepnya menurut teori APOS. Berdasarkan penelitian yang dilakukan terhadap ketiga subjek menunjukkan tingkat pemahaman konsep siswa berbeda-beda yakni siswa berkemampuan tinggi, siswa berkemampuan sedang dan siswa berkemampuan rendah. Siswa berkemampuan tinggi disimbolkan dengan subjek 1, siswa berkemampuan sedang disimbolkan dengan subjek 2 dan siswa berkemampuan rendah disimbolkan dengan subjek 3. Berikut ini akan dipaparkan kemampuan ketiga siswa berdasarkan teori APOS.

#### Pemahaman Tahap Aksi

Pemahaman berdasarkan teori APOS, pada tahap aksi adalah suatu transformasi objek-objek mental untuk memperoleh objek mental lainnya. Seseorang yang mengalami suatu aksi, apabila orang tersebut memfokuskan proses mentalnya dalam upaya untuk memahami suatu konsep yang diberikan (Suryadi dalam Yuliana & Ratu, 2018). Siswa dikatakan dapat mencapai tahap aksi jika siswa dapat menentukan himpunan penyelesaian dari SPLTV dengan langsung menghitung menggunakan salah satu dari empat metode yang telah dipelajari.

Soal nomor satu digunakan untuk mengetahui apakah tahap pemahaman subjek berada pada tahap aksi. Berdasarkan hasil yang diperoleh dari ketiga subjek tersebut menunjukkan bahwa ketiga subjek mampu memahami dan menyelesaikan soal. Hal ini dapat dilihat pada Gambar 2.

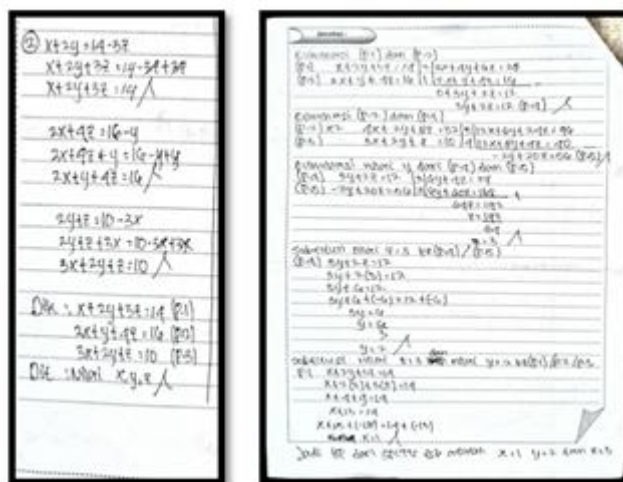


Gambar 2. Jawaban pada Tingkat Aksi Subjek F

Kemampuan siswa dalam memahami konsep pada tingkat aksi sudah ada pada diri subjek F yang bisa mengerjakan soal tanpa ada kesalahan dan bisa menjelaskan hasil

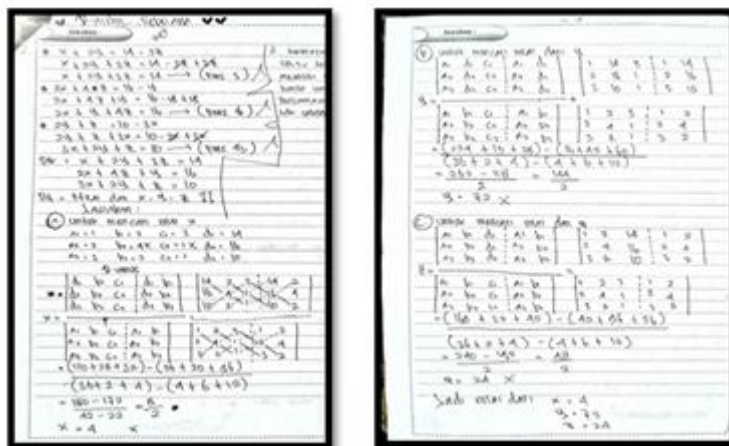
pekerjaannya. Soal nomor satu siswa diminta untuk mencari himpunan penyelesaian dari SPLTV yang diberikan tanpa menentukan metode yang harus digunakan oleh siswa. Sehingga, siswa bebas untuk menggunakan metode yang mana saja yang lebih dipahaminya dari empat metode yang telah dipelajari. Subjek F memilih metode baru untuk menemukan solusi dari SPLTV yang diberikan dengan langkah-langkah sbb: (1) Siswa mengubah persamaan-persamaan tersebut kedalam bentuk umum SPLTV. Misalkan persamaan pertama yakni  $x + 2y = 14 - 3z$  menjadi  $x + 2y + 3z = 14 + 2y + 3z = 14$ . Hal tersebut menunjukkan bahwa subjek F mampu mengubah persamaan kedalam bentuk umum dari Sistem Persamaan Linier Tiga Variabel (SPLTV), (2) Siswa menuliskan yang diketahui dan ditanyakan dengan menuliskan secara urut koefisien dari variabel  $x$ ,  $y$  dan  $z$ . Kemudian menuliskan suku (konstanta) dari persamaan tersebut. Hal tersebut menunjukkan subjek F mampu memahami mana yang dimaksud dengan koefisien dari suatu variabel tertentu atau mampu memahami istilah-istilah dalam pengoperasian bentuk aljabar seperti koefisien, suku, variabel dan konstanta, (3) Siswa menuliskan rumus untuk mencari nilai  $x$  yang terdapat kolom  $d$ , kolom  $y$ , kolom  $z$ , kolom  $d$  dan kolom  $y$  dibagi dengan kolom  $x$ , kolom  $y$ , kolom  $z$ , kolom  $x$  dan kolom  $y$  dimana kolom  $x$ ,  $y$  dan  $z$  berisi koefisien dari variabel  $x$ ,  $y$  dan  $z$ . Sementara  $d$  adalah simbol untuk hasil dari setiap persamaan. Lalu mensubstitusikan koefisien setiap variabel kedalam rumus tersebut, (4) Siswa menghitung dengan cara menjumlahkan hasil perkalian bilangan-bilangan pada garis penuh dikurangi jumlah hasil perkalian bilangan-bilangan pada garis putus-putus. Lakukan pada pembilang dan penyebut. Selanjutnya siswa memperoleh hasil yakni  $\frac{174-190}{21-39} = \frac{-16}{-16} = 1$ . Maka, diperoleh nilai  $x = 1$ . Hal yang sama dilakukan oleh subjek F untuk mencari nilai dari  $y$  dan  $z$ . Rumus mencari nilai  $y$  yaitu terdapat kolom  $x$ , kolom  $d$ , kolom  $z$ , kolom  $x$  dan kolom  $d$  dibagi kolom  $x$ , kolom  $y$ , kolom  $z$ , kolom  $x$  dan kolom  $y$ . Sedangkan rumus mencari nilai  $z$  yakni terdapat kolom  $x$ , kolom  $y$ , kolom  $d$ , kolom  $x$  dan kolom  $y$  dibagi kolom  $x$ , kolom  $y$ , kolom  $z$ , kolom  $x$  dan kolom  $y$ . Subjek F memperoleh nilai  $y = 2$  dan  $z = 3$ . (5) Subjek F melakukan pembuktian dengan mensubstitusi nilai  $x$ ,  $y$  dan  $z$  yang diperolehnya ke persamaan satu, dua dan tiga untuk mengetahui apakah solusi yang diberikannya benar. Sementara subjek T menggunakan metode eliminasi untuk mencari himpunan penyelesaian dari SPLTV yang diberikan.

Hal tersebut menunjukkan bahwa subjek T lebih memahami metode eliminasi dari pada metode-metode yang lainnya. Hal ini terlihat pada Gambar 3 berikut ini.



Gambar 3. Jawaban pada Tingkat Aksi Subjek T

Berdasarkan Gambar 3, pemahaman konsep subjek 2 pada tingkat aksi yaitupertama dengan mengubah persamaan-persamaan tersebut kedalam bentuk umum Sistem Persamaan Linier Tiga Variabel (SPLTV) dengan melakukan proses eliminasi pada ruas kanan yakni  $-3x$ . Untuk mengeliminasi  $-3x$  subjek 2 menambahkan  $3x$  pada ruas kanan. Karena ruas kanan ditambah dengan  $3x$  maka ruas kiri juga ditambah dengan  $3x$  agar tidak mengubah nilai yang ada. Sehingga, diperoleh persamaan 1 yaitu  $x + 2y = 14 - 3z$ ,  $x + 2y + 3z = 14 - 3x + 3x$ ,  $x + 2y + 3z = 14$ . Hal yang sama berlaku juga untuk persamaan dua dan tiga, sama-sama melakukan proses eliminasi untuk mengubah persamaan-persamaan tersebut kedalam bentuk umum Sistem Persamaan Linier Tiga Variabel (SPLTV). Lalu, menuliskan yang diketahui dan ditanyakan yakni diketahui persamaan 1 yaitu  $x + 2y + 3z = 14$ , persamaan 2 yaitu  $2x + y + 4z = 16$  dan persamaan 3 yakni  $3x + 2y + z = 10$ . Ditanyakan tentukan nilai,  $y$  dan  $z$  ? Kemudian, memilih metode. Metode yang digunakan oleh subjek 2 adalah metode eliminasi. Selanjutnya, melakukan proses eliminasi pertama mengeliminasi variabel  $x$  dari persamaan 1 dan 2 diperoleh persamaan baru yang diberi nama persamaan 4 yakni  $3y + 2z = 12$ . Kedua mengeliminasi variabel  $x$  dari persamaan 2 yang dikalikan dengan bilangan 2 dan persamaan 3 diperoleh persamaan baru yang diberi nama persamaan 5. Selanjutnya, mengeliminasi variabel  $y$  dari persamaan 4 dan 5 diperoleh nilai  $z = 3$ , lalu mensubstitusi nilai  $z = 3$  ke persamaan 4 atau 5 diperoleh nilai  $y = 2$ . Kemudian mensubstitusi nilai  $z = 3, y = 2$  ke persamaan 1, 2 atau 3 diperoleh nilai  $x = 1$ . Pemahaman lain ditunjukkan oleh subjek R yang belum sepenuhnya bisa menentukan koefisien-koefisien pada variabel  $x, y$  dan  $z$ . Hal tersebut ditunjukkan pada Gambar 4 berikut.



**Gambar 4.** Jawaban pada Tingkat Aksi Subjek R

Berdasarkan Gambar 4 subjek 3 menunjukkan bahwa siswa mampu memahami masalah dan mampu mencari himpunan penyelesaian dengan menghitung menggunakan salah satu dari empat metode yang telah dipelajari. Metode yang digunakan oleh subjek R sama dengan metode yang digunakan oleh subjek F. Langkah-langkah yang digunakan untuk mencari himpunan penyelesaian dari Sistem Persamaan Linier Tiga Variabel (SPLTV) tersebutpun sama. Namun, solusi yang ditemukan oleh subjek R berbeda dengan solusi yang ditemukan oleh subjek F. Pada saat menuliskan koefisien dari setiap variabel  $x$ ,  $y$  dan  $z$  subjek R melakukan kesalahan yakni pada persamaan kedua, koefisien dari  $y$  adalah sama dengan **1** tetapi subjek R menuliskan koefisien dari  $y$  sama dengan **4**. Kedua subjek R juga melakukan kesalahan pada saat menuliskan koefisien dari variabel  $z$  pada persamaan dua yang harusnya koefisiennya sama dengan 4 tetapi subjek 3 menuliskan koefisien dari variabel  $z$  itu sama dengan 1. Hal tersebut menunjukkan bahwa subjek R kurang teliti dalam mendaftarkan koefisien dari setiap variabel  $x$ ,  $y$  dan  $z$ . Maka, hal tersebut mempengaruhi hasil perhitungan yang dilakukan oleh subjek R. Sehingga, solusi yang diberikan salah. Namun, subjek 3 mampu memahami proses yang harus dilalui dalam mencari himpunan penyelesaian dari Sistem Persamaan Linier Tiga Variabel (SPLTV) dengan menggunakan metode yang dipilihnya, hanya saja subjek kurang teliti dalam mendaftarkan koefisien dari setiap variabel  $x$ ,  $y$  dan  $z$ . Misalkan koefisien  $x$  dijadikan koefisien  $y$  dan seterusnya.

### Pemahaman Tahap Proses

Kemampuan pemahaman konsep berdasarkan Teori *APOS* pada tahap proses. Proses terjadi secara internal dibawah kontrol individu yang melakukannya. Seseorang dikatakan mengalami suatu proses tentang sebuah konsep, apabila berpikirnya terbatas pada ide matematika yang dihadapinya serta di tandai dengan munculnya kemampuan untuk melakukan refleksi terhadap ide matematika tersebut (Suryadi dalam Yuliana & Ratu, 2018). Siswa dikatakan sampai pada tahap proses apabila siswa mampu menentukan himpunan penyelesaian dari Sistem Persamaan Linier Tiga Variabel



(SPLTV) yang berkaitan dengan sifat distributive dan langsung menghitung menggunakan salah satu dari empat metode yang telah dipelajari.

Soal nomor dua digunakan untuk mengetahui apakah tahap pemahaman subjek berada pada tahap proses. Berdasarkan hasil yang diperoleh dari ketiga subjek tersebut menunjukkan bahwa ketiga subjek mampu memahami dan menyelesaikan soal. Hal ini dapat dilihat pada Gambar 5 berikut ini.

**Gambar 5.** Jawaban pada Tingkat Proses Subjek F

Berdasarkan Gambar 5 dapat menjelaskan bahwa hasil pekerjaan subjek F telah memiliki kemampuan dalam menyelesaikan masalah yang diberikan terkait dengan SPLTV. Subjek F terlebih dahulu melakukan operasi perkalian karena persamaan disajikan dalam bentuk sifat distributif seperti  $3(2x - 5) = 3(y - 2z)$  dijabarkan menjadi  $6x - 15 = 3y - 6z$ . Setelah itu, subjek F mengubah persamaan kedalam bentuk umum SPLTV dengan cara yang sama pada saat siswa menyelesaikan permasalahan soal nomor satu menjadi  $6x - 3y + 6z = 15$ . Subjek F juga menggunakan metode yang sama untuk mencari himpunan penyelesaian dari SPLTV tersebut yaitu dengan menggunakan metode baru. Langkah-langkah yang digunakan oleh subjek F sama dengan langkah-langkah yang digunakan untuk mencari nilai  $x$ ,  $y$  dan  $z$ . Maka diperoleh nilai  $x = 2$ ,  $y = 1$  dan  $z = 1$ . Subjek F juga melakukan pembuktian untuk meyakinkan dirinya bahwa solusi yang diberikan benar. Setelah melakukan pembuktian subjek F yakin bahwa solusi yang diberikan benar. Maka, subjek F telah memiliki kemampuan pemahaman konsep sampai pada tahap proses. Sedangkan, subjek T juga memiliki kemampuan pemahaman konsep pada tahap proses dapat dilihat pada Gambar 6 berikut.

Handwritten mathematical work showing the solution of a system of three linear equations in three variables (SPLTV). The work is divided into two parts. The first part shows the elimination of variable  $x$  from the first two equations to get equation 4, and then the elimination of  $x$  from the second and third equations to get equation 5. The second part shows the substitution of  $z=1$  into equation 4 to find  $y=1$ , and then the substitution of  $z=1$  and  $y=1$  into equation 1 to find  $x=2$ .

Gambar 6. Jawaban pada Tahap Proses Subjek T

Berdasarkan Gambar 6, pemahaman konsep subjek 2 pada tingkat proses yaitu pertama melakukan operasi perkalian sama dengan hasil pekerjaan subjek F. Selanjutnya mengubah persamaan-persamaan tersebut kedalam bentuk umum Sistem Persamaan Linier Tiga Variabel (SPLTV) dengan melakukan proses eliminasi pada ruas kanan yakni  $-3y + 6z$ . Untuk mengeliminasi  $3y - 6z$  subjek 2 menambahkan  $-3y + 6z$  pada ruas kanan. Karena ruas kanan ditambah dengan  $-3y + 6z$  maka ruas kiri juga ditambah dengan  $-3y + 6z$  dan melakukan eliminasi pada ruas kiri terhadap bilangan  $-15$  dengan menjumlahkannya dengan bilangan  $15$ . Karena ruas kiri ditambah dengan bilangan  $15$  maka ruas akan juga ditambah  $15$  agar tidak mengubah nilai yang ada. Sehingga, diperoleh persamaan 1 yaitu  $3(2x - 5) = 3(y - 2z)$ ,  $6x - 15 = 3y - 6z$ ,  $6x - 15 - 3y + 6z = 3y - 6z - 3y + 6z$ ,  $6x - 3y + 6z - 15 = 0$ ,  $6x - 3y + 6z - 15 + 15 = 0 + 15$ ,  $6x - 3y + 6z = 15$ . Hal yang sama berlaku juga untuk persamaan dua dan tiga, sama-sama melakukan proses perkalian dan proses eliminasi untuk mengubah persamaan-persamaan tersebut kedalam bentuk umum Sistem Persamaan Linier Tiga Variabel (SPLTV). Lalu, menuliskan yang diketahui dan ditanyakan yakni diketahui persamaan 1 yaitu  $6x - 3y + 6z = 15$ , persamaan 2 yaitu  $12x - 4y - 10z = 10$  dan persamaan 3 yakni  $-4x + 2y + 2z$ . Ditanyakan tentukan nilai  $x, y$  dan  $z$ ? Kemudian, memilih metode. Metode yang digunakan oleh subjek 2 adalah metode eliminasi. Selanjutnya, melakukan proses eliminasi pertama mengeliminasi variabel  $x$  dari persamaan 1 dan 2 diperoleh persamaan baru yang diberi nama persamaan 4 yakni  $-2y + 22z = 20$ . Kedua mengeliminasi variabel  $x$  dari persamaan 2 yang dikalikan dengan bilangan 2 dan persamaan 3 diperoleh persamaan baru yang diberi nama persamaan 5. Selanjutnya, mengeliminasi variabel  $y$  dari persamaan 4 dan 5 diperoleh nilai  $z = 1$ , lalu mensubstitusi nilai  $z = 1$  ke persamaan 4 atau 5 diperoleh nilai  $y = 1$ . Kemudian mensubstitusi nilai  $z = 1, y = 1$  ke persamaan 1, 2 atau 3 diperoleh nilai  $x = 2$ .

Pemahaman lain ditunjukkan oleh subjek R yang belum sepenuhnya bisa menentukan koefisien-koefisien pada variabel  $x$ ,  $y$  dan  $z$ . Hal tersebut ditunjukkan pada Gambar 7 berikut.

The image shows handwritten mathematical work for solving a system of three linear equations in three variables (SPLTV). The work is divided into three sections:

- Left Section:** Shows the elimination of the first variable ( $x$ ) from the second and third equations.
 
$$\begin{aligned} 3(2x-5) &= 5(4-2z) \\ 6x-15 &= 20-10z \\ 6x-25 &+ 10z &= 15 \quad \text{(Pers 5)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4(2x-5) &= 5(2+2z) \\ 8x-20 &= 10+10z \\ 8x-49 &+ 10z &= 10 \quad \text{(Pers 6)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2(8x-49) &= 2(10+10z) \\ 16x-98 &= 20+20z \\ 16x &+ 20z &= 118 \quad \text{(Pers 7)} \end{aligned}$$
- Middle Section:** Shows the elimination of the second variable ( $y$ ) from the third equation.
 
$$\begin{aligned} 16x &+ 20z &= 118 \\ 16x &+ 20z &= 118 \\ 16x &+ 20z &= 118 \\ 16x &+ 20z &= 118 \\ 16x &+ 20z &= 118 \\ 16x &+ 20z &= 118 \end{aligned}$$
- Right Section:** Shows the final solution for  $x$ ,  $y$ , and  $z$ .
 
$$\begin{aligned} x &= 1 \\ y &= 2 \\ z &= 3 \end{aligned}$$

**Gambar 7.** Jawaban pada Tahap Proses Subjek R

Berdasarkan Gambar 7 subjek 3 menunjukkan bahwa siswa mampu memahami masalah dan mampu mencari himpunan penyelesaian dengan menghitung menggunakan salah satu dari empat metode yang telah dipelajari. Metode yang digunakan oleh subjek R sama dengan metode yang digunakan oleh subjek F. Langkah-langkah yang digunakan untuk mencari himpunan penyelesaian dari Sistem Persamaan Linier Tiga Variabel (SPLTV) tersebutpun sama. Namun, solusi yang ditemukan oleh subjek R berbeda dengan solusi yang ditemukan oleh subjek F. Subjek R melakukan kesalahan pada saat melakukan proses pengeliminasian pada persamaan kedua yaitu untuk mengeliminasi bilangan **10** pada ruas kanan dengan menjumlahkannya dengan  $-10$ . Karena ruas kanan ditambah dengan  $-10$  maka ruas kiri ditambah dengan  $-10$  tetapi subjek R menambahkannya dengan bilangan **10**. Sehingga, siswa salah dalam proses penjabaran. Selanjutnya pada persamaan yang ketiga subjek R juga melakukan kesalahan pada saat melakukan pengeliminasian pada ruas kanan. Untuk mengeliminasi  $4x$  maka dijumlahkan dengan  $-4x$ . Karena ruas kanan ditambah dengan  $-4x$  maka ruas kiri juga ditambah dengan  $-4x$  tetapi subjek R menambahkannya dengan  $4x$  pada ruas kanan. Hal tersebut menyebabkan subjek R melakukan kesalahan pada saat menuliskan yang diketahui terkait dengan koefisien-koefisien variabel  $x$ ,  $y$  dan  $z$ . Hal tersebut juga dapat mempengaruhi hasil perhitungan yang dilakukan oleh subjek R ketika melakukan perhitungan untuk menemukan nilai  $x$ ,  $y$  dan  $z$ . Namun, pada dasarnya subjek R dapat memahami maksud soal tetapi salah dalam proses perhitungan.

### Pemahaman Tahap Objek

Kemampuan pemahaman konsep berdasarkan Teori *APOS* pada tahap objek. Seseorang dikatakan telah memiliki konsepsi objek dari suatu matematika apabila seseorang telah mampu memperlakukan ide atau konsep tersebut sebagai suatu objek

kognitif yang mencakup kemampuan untuk melakukan aksi atas objek tersebut, serta memberikan alasan atau penjelasan terkait sifat-sifatnya. Selain itu, individu telah mampu melakukan penguraian kembali suatu objek yang dimaksud dan digunakan (Suryadi dalam Yuliana & Ratu, 2018).

Pemahaman tentang sistem persamaan linier tiga variabel yang ditunjukkan oleh ketiga subjek. Subjek F untuk soal nomor 3a yakni  $x + y + z = 4$  mengatakan bahwa persamaan yang diberikan tidak termasuk kedalam sistem persamaan karena hanya memiliki satu persamaan. Hal tersebut menunjukkan subjek F mampu memahami sistem

persamaan ataupun persamaan. Soal nomor 3b yakni 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 3 \\ 2x^2 + y^2 + 3z^2 = 6 \\ 3x^2 + 2y^2 + z^2 = 6 \end{cases}$$
 subjek F

mengatakan bahwa persamaan-persamaan tersebut tidak termasuk SPLTV disebabkan oleh pangkat dari variabelnya yaitu lebih dari satu sementara pangkat tertinggi dari

variabel suatu SPLTV adalah sama dengan satu. Soal nomor 3c yaitu 
$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x + y + 3z = 6 \\ 3x + 2y + z = 6 \end{cases}$$

menyatakan bahwa persamaan-persamaan tersebut termasuk kedalam sistem persamaan linier tiga variabel karena memiliki tiga variabel dengan pangkat tertinggi dari setiap variabelnya sama dengan satu dan terdiri dari beberapa persamaan yang membentuk sistem. Sehingga, memiliki satu penyelesaian. Sedangkan, untuk soal nomor 3d yakni

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2p + q + 3r = 6 \\ 3s = 6 \end{cases}$$
 menjelaskan bahwa persamaan tersebut termasuk kedalam sistem

persamaan tetapi tidak memiliki solusi yang disebabkan oleh variabel pada setiap persamaannya tidak saling terkait.

Pemahaman tentang sistem persamaan linier tiga variabel yang ditunjukkan oleh subjek T pada soal nomor 3a yakni subjek T mengatakan bahwa persamaan tersebut termasuk kedalam SPLTV karena SPLTV adalah suatu sistem persamaan yang memiliki tiga variabel dan pangkat tertinggi dari variabelnya sama dengan satu. Pernyataan tersebut menunjukkan subjek T tidak memahami kapan suatu persamaan dikatakan sistem atau memiliki satu penyelesaian. Untuk soal nomor 3b, 3c dan 3d subjek T memiliki pemahaman yang sama dengan subjek F. Sedangkan subjek R hanya menjawab soal nomor 3c dengan memberikan penjelasan bahwa persamaan-persamaan tersebut termasuk kedalam SPLTV dan memiliki solusi karena memiliki variabel sama dengan 3, pangkat tertinggi dari variabelnya sama dengan satu dan memiliki tiga persamaan dengan variabel yang saling terkait. Karena subjek R hanya menjawab soal nomor 3c maka dapat dikatakan bahwa subjek R memiliki kemampuan pemahaman yang rendah pada tahap objek.

### Pemahaman Tahap Skema

Menurut TIM Pengembangan Ilmu Pendidikan FIP-UPI dalam Pradana (2016), sebuah skema dari suatu materi matematika tertentu adalah suatu kumpulan aksi, proses, objek dan skema lainnya yang saling terhubung sehingga membentuk suatu kerangka

kerja saling terkait di dalam pikiran atau otak seseorang. Siswa dikatakan mencapai tahap skema jika siswa tersebut dapat merancang dan menyelesaikan model matematika yang terbentuk dengan menggunakan aksi, proses, objek dan skema lain dari suatu permasalahan yang berkaitan dengan sistem persamaan linier.

Tingkat skema melibatkan tentang masalah-maslah yang terjadi pada kehidupan sehari-hari yang ada disekitar. Penyelesaian dalam soal ini melibatkan pemahaman tingkat aksi, proses dan objek. Soal pada tingkat skema ini terkait dengan luas tempat parkir. Subjek F telah memiliki kemampuan memahami konsep sampai pada tahap skema. Hal ini seperti terlihat pada Gambar 8 berikut.

Handwritten mathematical work for a linear system problem. The left page shows the initial equations and the elimination process to find  $y = 45$ . The right page shows the substitution of  $y = 45$  into the equations to find  $x = 23$  and  $z = 112$ .

**Gambar 8.** Jawaban pada Tahap Skema Subjek F

Berdasarkan Gambar 8 di atas menunjukkan bahwa subjek F memiliki kemampuan sampai pada tahap skema. Langkah yang digunakan oleh subjek F adalah pertama subjek F memisalkan sepeda motor sebagai  $x$ , mobil sebagai  $y$  dan mobil van sebagai  $z$ . Selanjutnya siswa membuat model matematikanya dari hal-hal yang diketahui. Misalkan seperti luas parkir mobil van adalah lima kali luas parkir sepeda motor menjadi  $z = 5x$  diberi nama persamaan 2, tiga kali luas parkir untuk mobil sama dengan luas parkir untuk mobil van dan sepeda motor menjadi  $3y = z + x$  diberi nama persamaan tiga, jika tempat parkir penuh dan banyak kendaraan yang terparkir sebanyak 180 menjadi  $x + y + z = 180$  diberi nama persamaan 1. Selanjutnya yang di lakukan oleh subjek F setelah membuat model matematika adalah mensubstitusi persamaan 2 ke persamaan 1 hasilnya  $6x + y = 180$  dan diberi nama persamaan 4. Lalu, subjek F mensubstitusi persamaan 2 ke persamaan 3 hasilnya  $3y = 6x$  dan diberi nama persamaan 5. Kemudian, subjek F mensubstitusi persamaan 5 ke persamaan 4 diperoleh nilai  $y = 45$ . Langkah selanjutnya, subjek F mensubstitusi nilai  $y = 45$  ke persamaan 5 diperoleh nilai  $x = 22,5$  dibulatkan menjadi  $x = 23$ . Untuk menemukan nilai  $z$  subjek F mensubstitusi nilai  $x = 23, y = 45$  ke persamaan 1 sehingga diperoleh nilai  $z = 112$ .

Maka banyak kendaraan yang parkir sebanyak **180** unit dimana terdapat **23** unit sepeda motor, **45** unit mobil dan **112** unit mobil van. Hal tersebut menunjukkan bahwa subjek F mampu memahami konsep dari SPLTV berdasarkan teori *APOS*.

Berbeda dengan pemahaman yang dimiliki oleh subjek T dan R. Subjek T dan R untuk soal nomor 4 yang mengukur pemahaman konsep sampai pada tahap skema ini hanya mampu memodelkan permasalahan yang diberikan. Subjek T dan R hanya melakukan permisalan atau memodelkan sepeda motor, mobil dan mobil van sebagai suatu variabel dari  $x, y$  dan  $z$  sama seperti yang dilakukan oleh subjek F sebelumnya. Namun, setelah melakukan permisalan atau memodelkan masalah tersebut subjek T dan R tidak dapat merancang dan menyelesaikan model matematika yang telah dibentuknya. Sehingga, subjek T dan R tidak dapat menyelesaikan permasalahan yang diberikan, artinya pemahaman konsep subjek T dan R tidak sampai pada tahap skema.

### **SIMPULAN DAN SARAN**

Berdasarkan analisis dan pembahasan yang dilakukan, maka dapat disimpulkan hasil analisis kemampuan siswa dalam memahami konsep materi Sistem Persamaan Linier Tiga Variabel (SPLTV) berdasarkan teori *APOS* bagi siswa MA tarbiyatul Mustafid Batu Rimpang tiap subjek berada pada pemahaman konsep yang berbeda. Subjek F telah masuk ke tahap aksi, proses, objek maupun skema maka dapat dikatakan subjek F sudah memenuhi indikator siswa dikatakan memahami konsep materi SPLTV. Sedangkan subjek T sudah masuk ke tahap aksi, proses, objek. Namun, pada tahap skema subjek T tidak dapat merancang dan menyelesaikan model matematika yang telah dibentuknya. Sementara subjek R sudah masuk ke tahap aksi, proses, objek maupun skema tetapi belum dapat menemukan solusi yang tepat dikarenakan kurang teliti pada saat melakukan proses perhitungan.

Berdasarkan hasil analisis dan simpulan di atas, maka peneliti menyarankan guru untuk memperhatikan siswanya secara menyeluruh mengenai kemampuan siswa dalam memahami setiap materi yang disampaikan. Guru juga dapat menggunakan teori *APOS* sebagai landasan pada setiap metode yang diterapkan dalam rangka meningkatkan kemampuan siswa dalam memahami konsep matematika.

### **DAFTAR PUSTAKA**

- Evani, R.T. (2017). *Analisis Pemahaman Siswa Berdasarkan Teori Apos (Action, Process, Object Dan Schema) Pada Materi Persamaan Linier Satu Variabel Di Kelas VII Mts Al-Ma'arif Tulungagung Semester II Tahun Ajaran 2016/2017*. Skripsi diterbitkan. Tulungagung: Jurusan Tadris Matematika FTIKIAIN Tulungagung.
- Hudojo, H. (1993). *Mengajar Belajar Matematika*. Surabaya: Usaha Nasional
- Lestari, S.W. (2014). Penerapan Model Pembelajaran M-APOS Dalam Meningkatkan Pemahaman Konsep dan Motivasi Belajar Kalkulus II. *Jurnal Pendidikan dan Keguruan*, (Online), Vol. 1, No. 1, (<http://repository.ut.ac.id/1465/>), diakses pada 13 Desember 2018).

- Nafi'an, M.I., dkk. (2017). Kemampuan Siswa PGSD Dalam Mengkonstruksi Pemahaman Konsep Aljabar Berdasarkan Teori APOS. *Jurnal Reflektif Edukatika*, (Online), Vol. 8, No 1, (<http://jurnal.umk.ac.id/index.php/RE>, diakses pada 13 Desember 2018).
- Novandi, S. (2018). *Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa MTs. At-Tahzib Kekait Terhadap Kemampuan Pemahaman Konsep Pada Materi Kubus dan Balok*. Skripsi tidak diterbitkan. Mataram: Jurusan Pendidikan Matematika FPMIPA IKIP Mataram.
- Pradana, P.W. (2016). “*Analisis Kemampuan Pemahaman Konsep Pada Materi Sistem Persamaan Linier Dua Variabel Berdasarkan Teori APOS Bagi Siswa Kelas VIII E SMP Negeri 2 Getasan*”. Skripsi diterbitkan. Salatiga: Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Kristen Satya Wacana Salatiga.
- Sholihah, U & Mubrok, D.A. (2016). Analisis Pemahaman Integral Tak Tentu Berdasarkan Teori APOS (*Action, Process, Object, Schema*) Pada Mahasiswa Tadris Matematika (TMT) IAIN Tulungagung. *Jurnal Cendekia*, (Online), Vol. 14, No. 1, (<https://ejournal.iainponorogo.ac.id/index.php/cendekia/article/view/620>, diakses pada 13 Desember 2018).
- Sugiyono, S. (2009). *Metode Penelitian Kuantitatif Kualitatif dan R&D*. Bandung: Alfabeta
- Yuliana, D & Ratu, N. (2018). Deskripsi Kemampuan Pemahaman Konsep Eksponen Berbasis Teori Apos Pada Siswa SMA Theresiana Salatiga. *Jurnal Maju*, (Online), Vol. 5, No. 1, (<https://ejournal.stkipbbm.ac.id/index.php/mtk/article/view/179>, diakses pada 13 Desember 2018)
- Zahid, M.Z dkk, (2014). Eksplorasi Konstruksi Pengetahuan Matematika Siswa Kelas VIII SMP Negeri 1 Surakarta Menggunakan Teori *Action, Process, Object, Schema* (APOS) Pada Materi Pokok Faktorisasi Bentuk Aljabar. *Jurnal Elektronik Pembelajaran Matematika*, (Online), Vol. 2, No. 7, (<http://jurnal.fkip.uns.ac.id>, diakses pada 12 Desember 2018).